TERAZ O SYGNAŁACH

Przebieg i widmo

Zniekształcenia sygnałów okresowych

Miary sygnałów

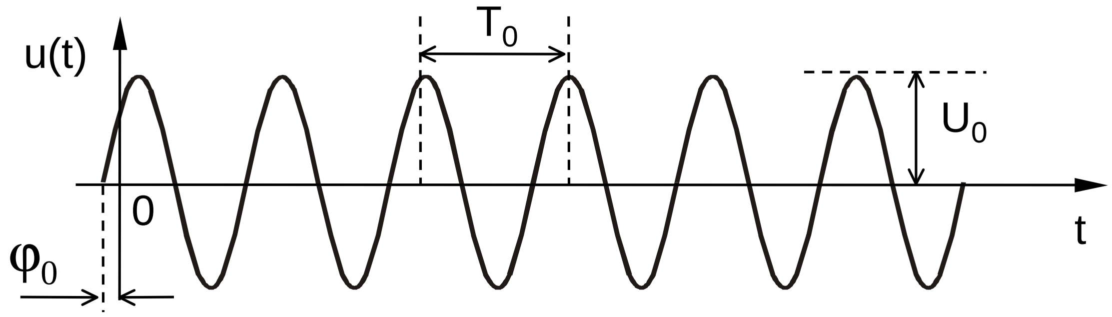
Zasady cyfryzacji sygnałów analogowych

Sygnał sinusoidalny

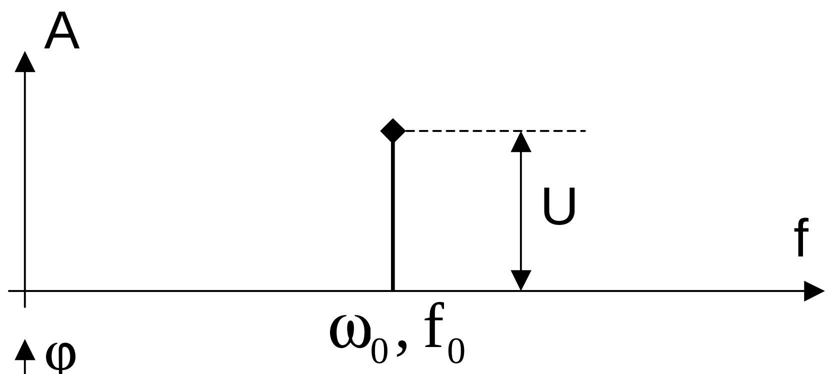
Sygnał sinusoidalny (także cosinusoidalny) należy do podstawowych i najważniejszych sygnałów okresowych.

Dlaczego jest taki ważny?
Drgania typu sinusoidalnego są naturalnymi w przyrodzie, np. światło lub fala na wodzie.
Za pomocą sumy sygnałów sinusoidalnych o różnych częstotliwościach i amplitudach można przedstawić większość innych sygnałów okresowych i prawie-okresowych.

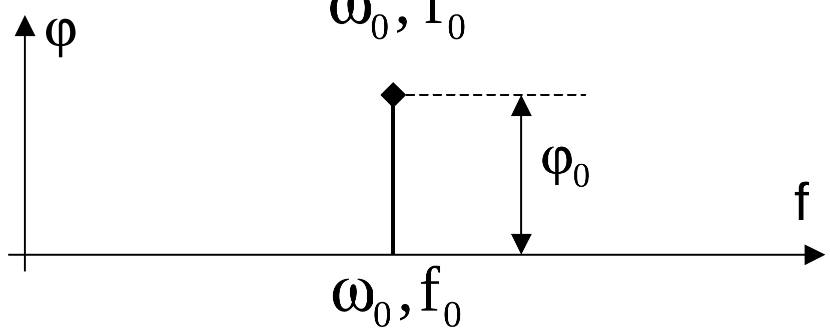
Widmo sygnału sinusoidalnego



$$u(t) = U_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0); \quad \omega_0 = 2\pi f_0; \quad f_0 = 1/T_0$$



Widmo amplitudowe



Widmo fazowe

Szereg Fouriera

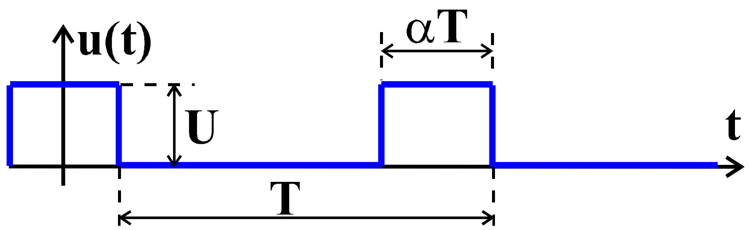
$$\boxed{\begin{array}{l} u(t) = C_0 + \sum\limits_{k=1}^{\infty} C_k \sin(k\omega_1 t + \varphi_k) \\ k = 1,2,3,\ldots \quad \omega_1 = \dfrac{2\pi}{T} \end{array}}$$

$$C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}, \quad \varphi_k = \mathrm{arctg}\left(-\frac{B_k}{A_k}\right)$$

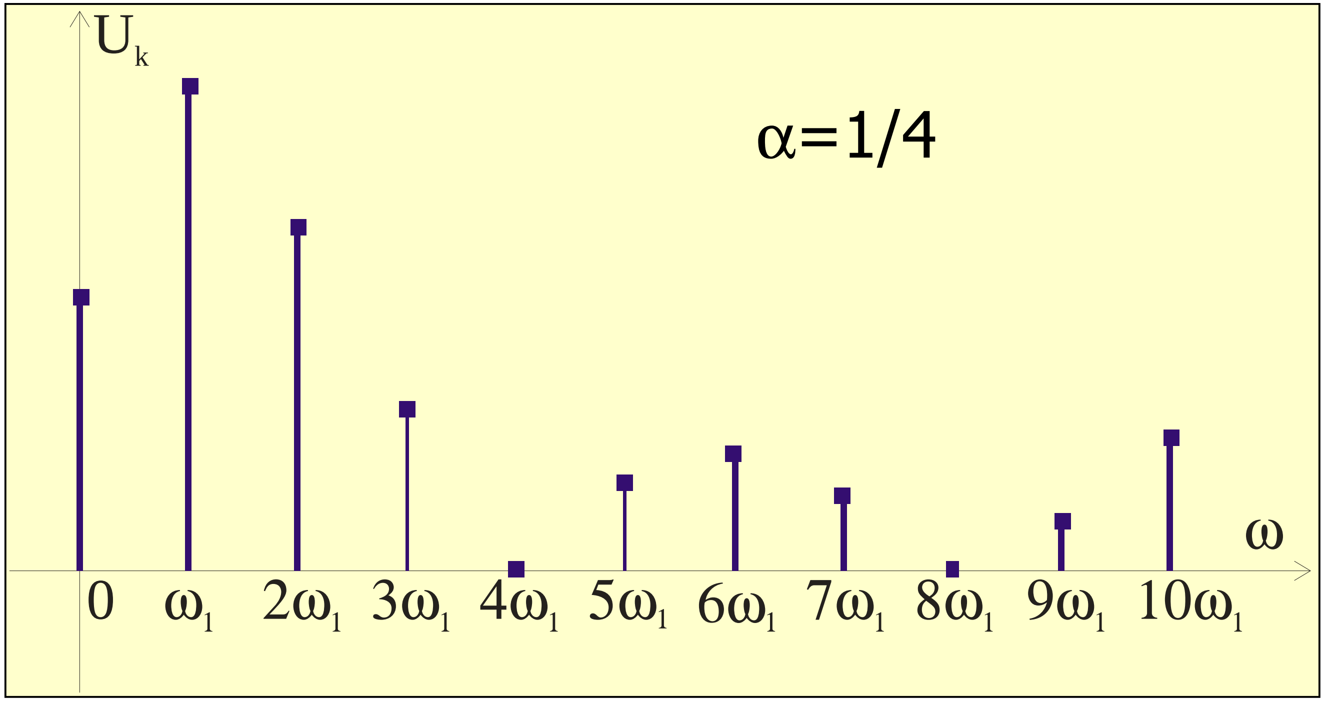
$$C_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt,$$

$$A_k = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\cos k\omega_1 t dt, \quad B_k = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\sin k\omega_1 t dt$$

Widmo ciągu impulsów prostokątnych

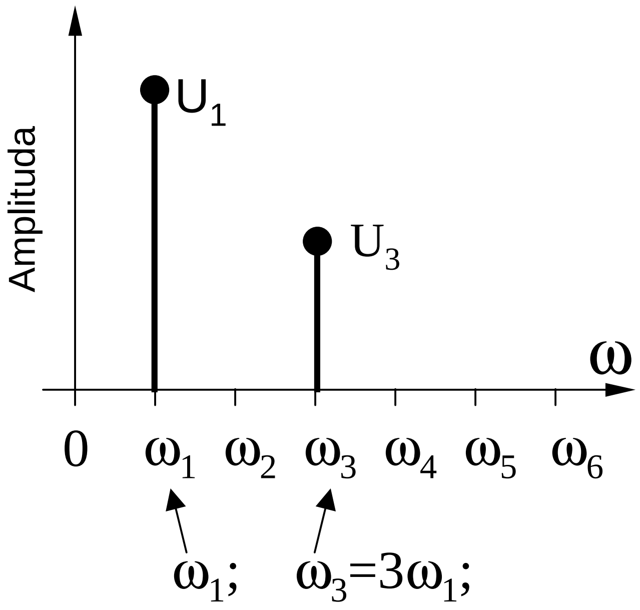


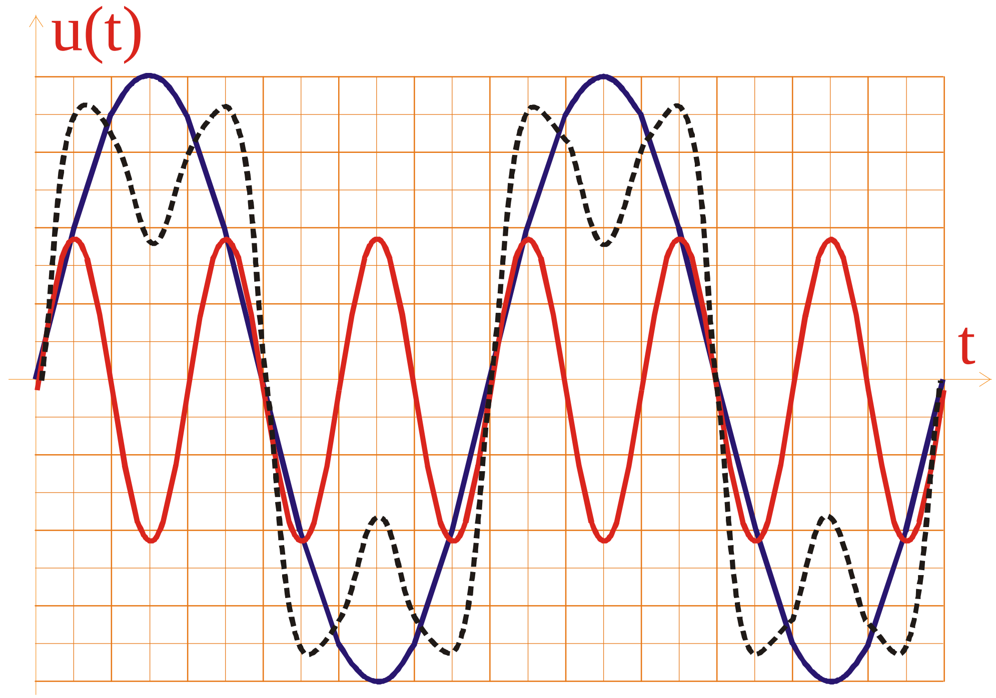
$$u(t) = \alpha U + 2\alpha U \sum_{k=1}^{\infty} 2\alpha \frac{\sin(k\alpha\pi)}{k\alpha\pi} \cos(k\omega_1 t)$$



Suma dwóch przebiegów sinusoidalnych

Dwa przebiegi sinusoidalne o pulsacji ω_1 i pulsacji $\omega_3 = 3\omega_1$.





Widmo sygnału nieokresowego

Sygnał nieokresowy może być traktowany jako okresowy o $T \to \infty$.

Poprzednio zapisywaliśmy dowolny przebieg okresowy w postaci sumy sinusoid o różnych pulsacjach. Sumę tę można także zapisać w postaci wykładniczej. Wtedy mówimy o wykładniczej postaci szeregu Fouriera.

$$u(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sin(k\omega_1 t + \varphi_k)$$

<u>Postać wykładnicza szeregu Fouriera:</u>

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n e^{jn\omega_1 t}; \quad \pm n = 1,2,3,\ldots \text{ gdzie } C_n = \frac{\omega_1}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} u(t) e^{-jn\omega_1 t} dt$$

$$\text{Gdy } T \to \infty \text{ wtedy:} \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T} \to d\omega; \quad \sum_{-\infty}^{+\infty} \to \int_{-\infty}^{+\infty}; \quad n\omega_1 \to \omega$$

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$u(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}u(t)e^{-j\omega t}dt\right]e^{j\omega t}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}u(t)e^{-j\omega t}dt$$

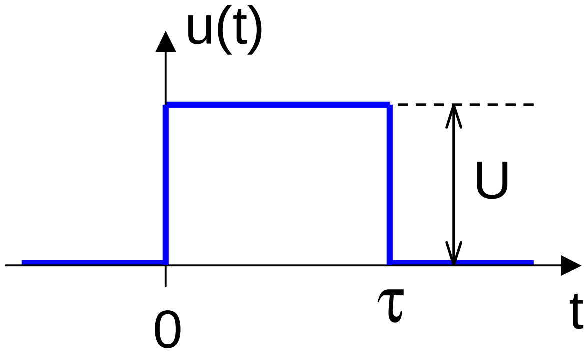
całka Fouriera

$|F(j\omega)|=F(\omega)$ – widmo amplitudowe

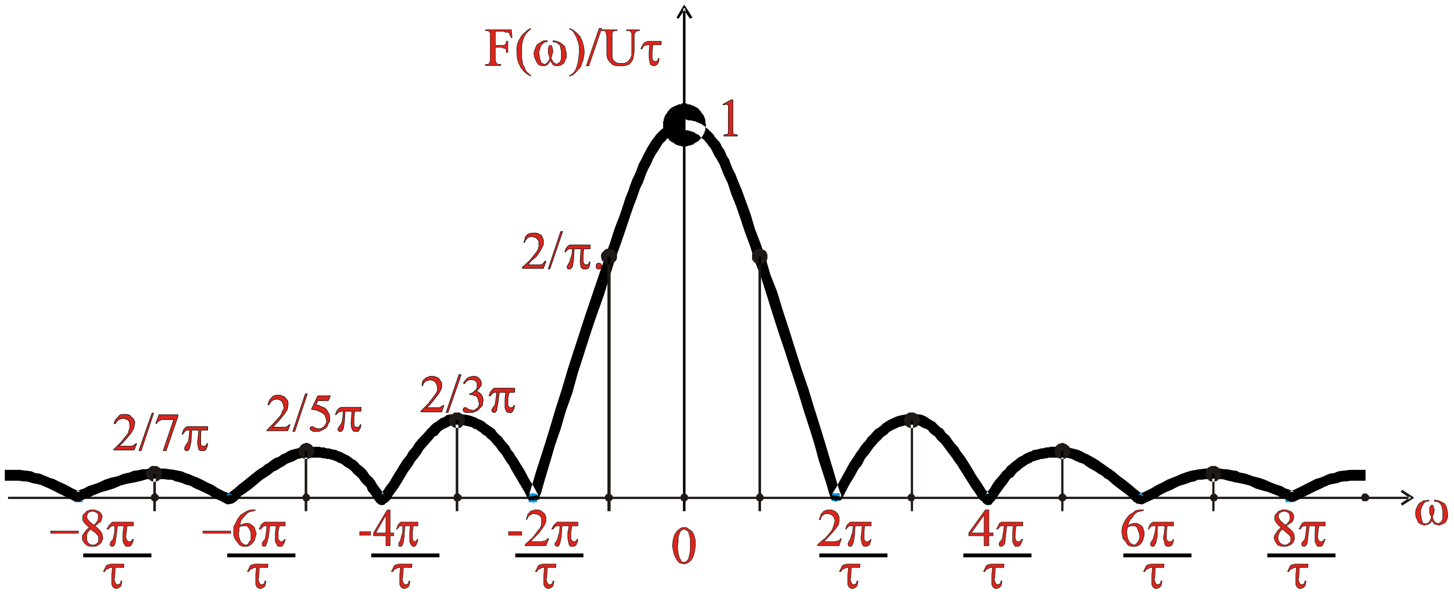
$\arg[F(j\omega)]=\varphi(\omega)$ – widmo fazowe

$$F(j\omega)=F(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

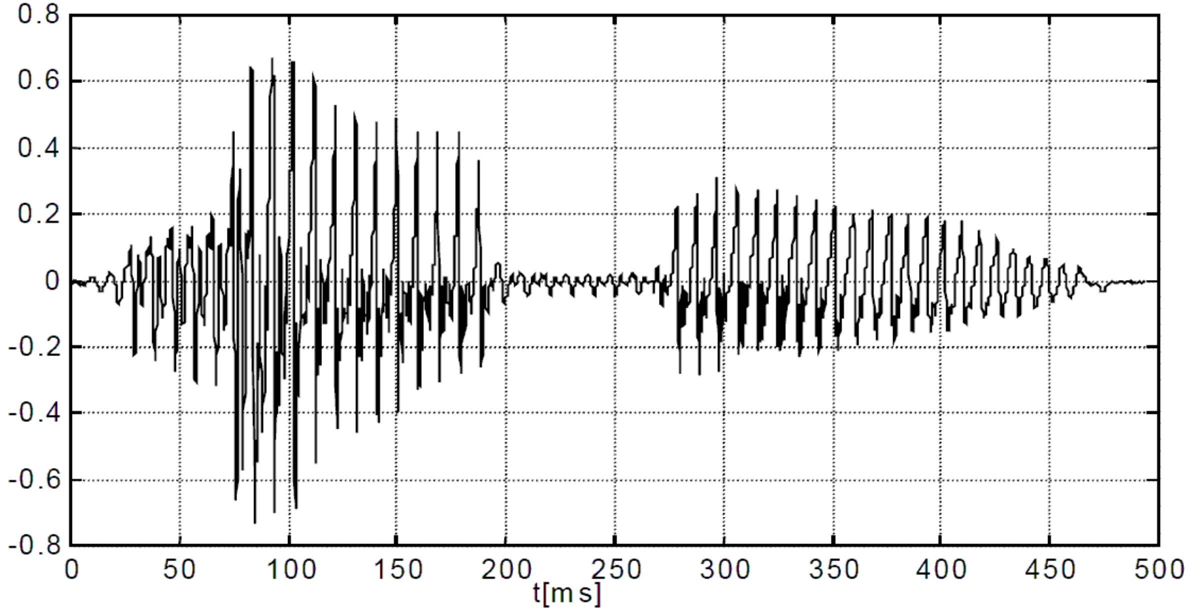
Widmo impulsu prostokątnego o czasie trwania τ



$$F(j\omega) = U \cdot \tau \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\frac{\omega\tau}{2}} \cdot e^{-j\frac{\omega\tau}{2}}$$

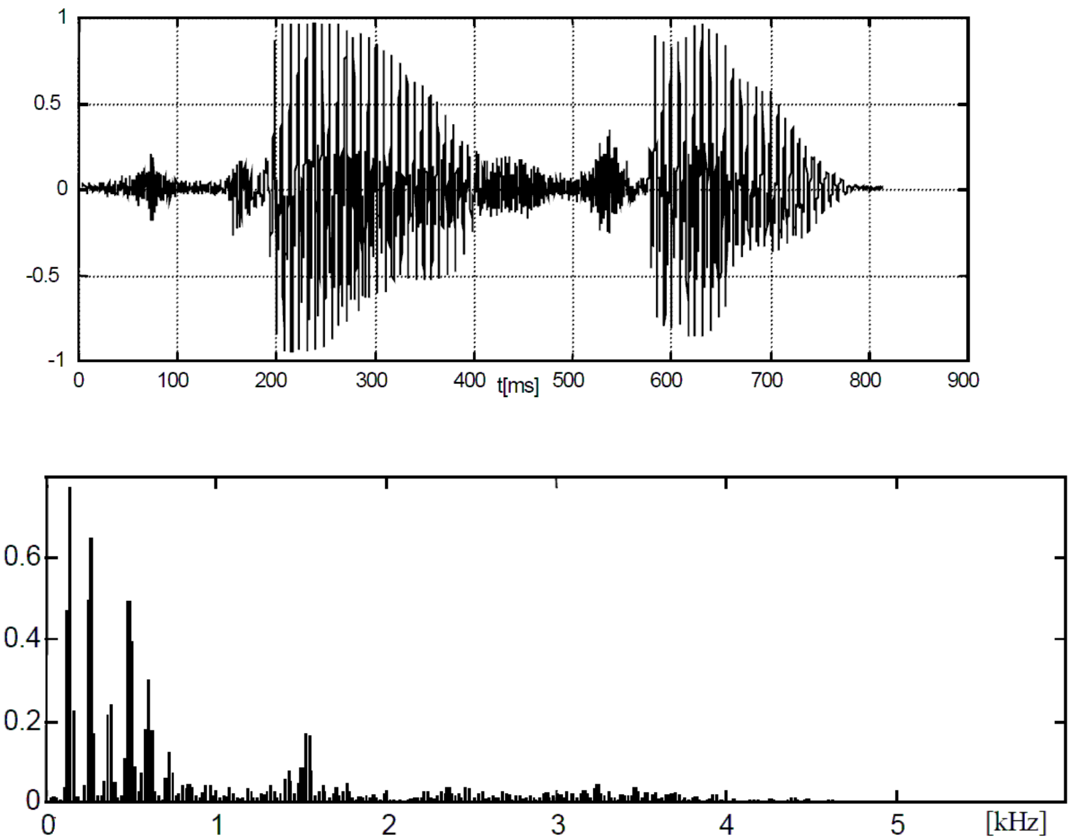


Słowo „moda”



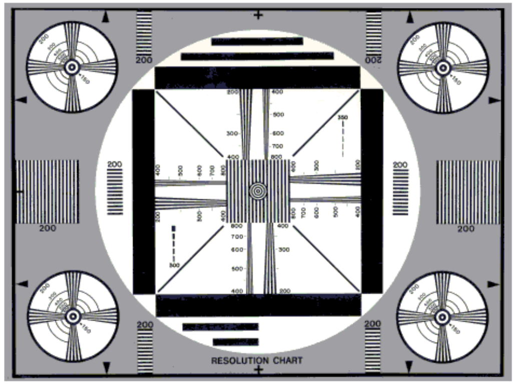
Przebieg czasowy (u góry) oraz widmo (na dole) słowa „moda”. (Źródło: L. Grad „Obrazowa reprezentacja sygnału mowy” Biuletyn Instytutu Automatyki i Robotyki WAT NR8, 1997)

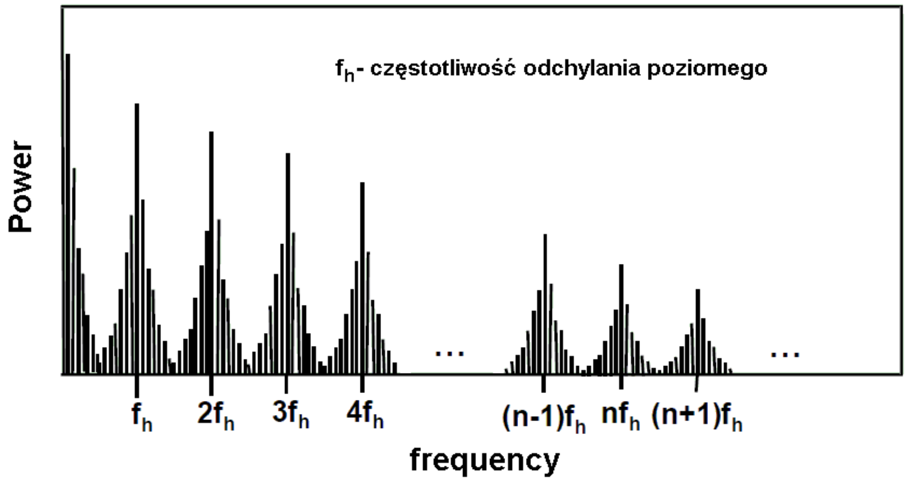
Słowo „szczęście”



Przebieg czasowy (u góry) oraz widmo (na dole) słowa „szczęście”. (Źródło: L. Grad „Obrazowa reprezentacja sygnału mowy” Biuletyn Instytutu Automatyki i Robotyki WAT NR8, 1997)

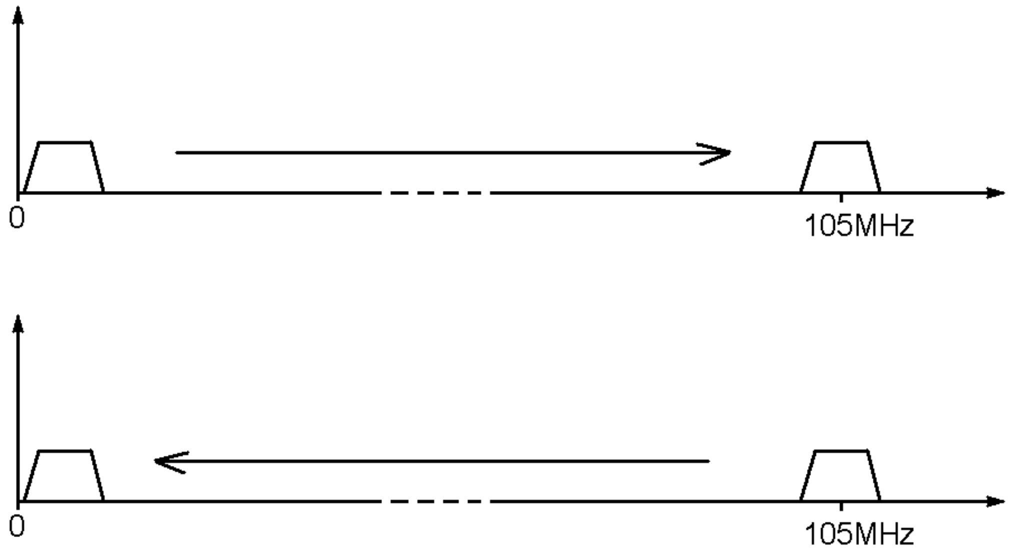
Widmo sygnału telewizyjnego

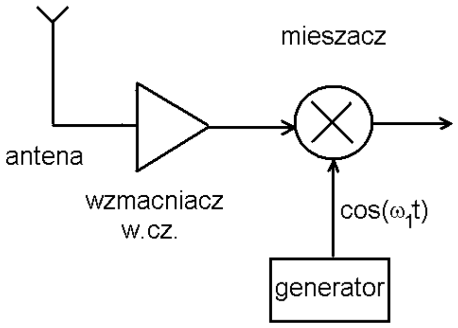




Operacje na widmie

Przesuwanie widma na osi częstotliwości – np.nadawanie i odbiór transmisji radiowej.





$$\cos(\omega_1 t)\cdot\cos(\omega_2 t)=\frac{1}{2}\cos(\omega_1-\omega_2)t+\frac{1}{2}\cos(\omega_1+\omega_2)t$$

Operacje na widmie

- Filtracja – dolno-przepustowa, górno-przepustowa, środkowo-przepustowa, środkowo-zaporowa
- Odwracanie widma
- Normalizacja widma
- Filtracja – np. usuwanie zakłoceń (filtr dolnoprzepustowy, medianowy)
- Odejmowanie widm – np. odszumianie
- Sumowanie widm
- Inne modyfikacje – np. zamiana głosu męskiego na żeński

Zniekształcenia sygnałów

Nieliniowe

Zmiana kształtu sygnału po przejściu przez układ nieliniowy.

Wiąże się to najczęściej z pojawieniem dodatkowych składników w widmie.

Liniowe

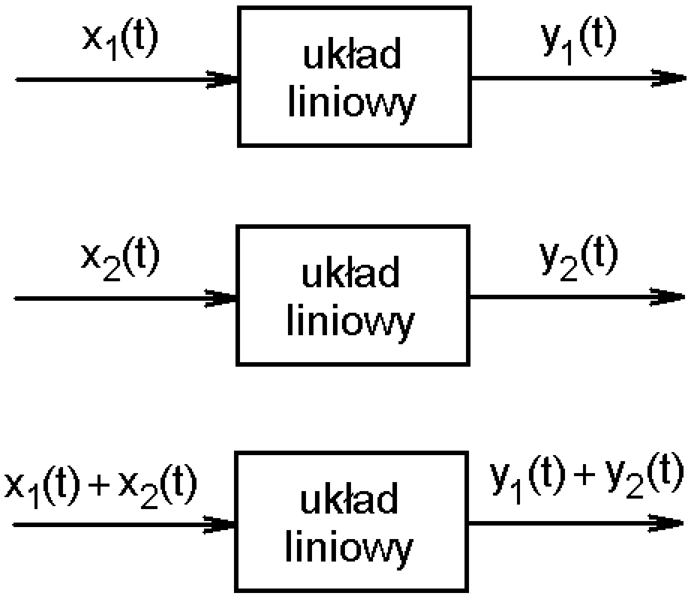
Zmiana kształtu sygnału po przejściu przez układ liniowy.

Wiąże się to najczęściej z ubytkiem składników widma. (Na przykład spowolnienie narastania zboczy sygnałów).

Układ liniowy jest to układ, który spełnia zasadę superpozycji.

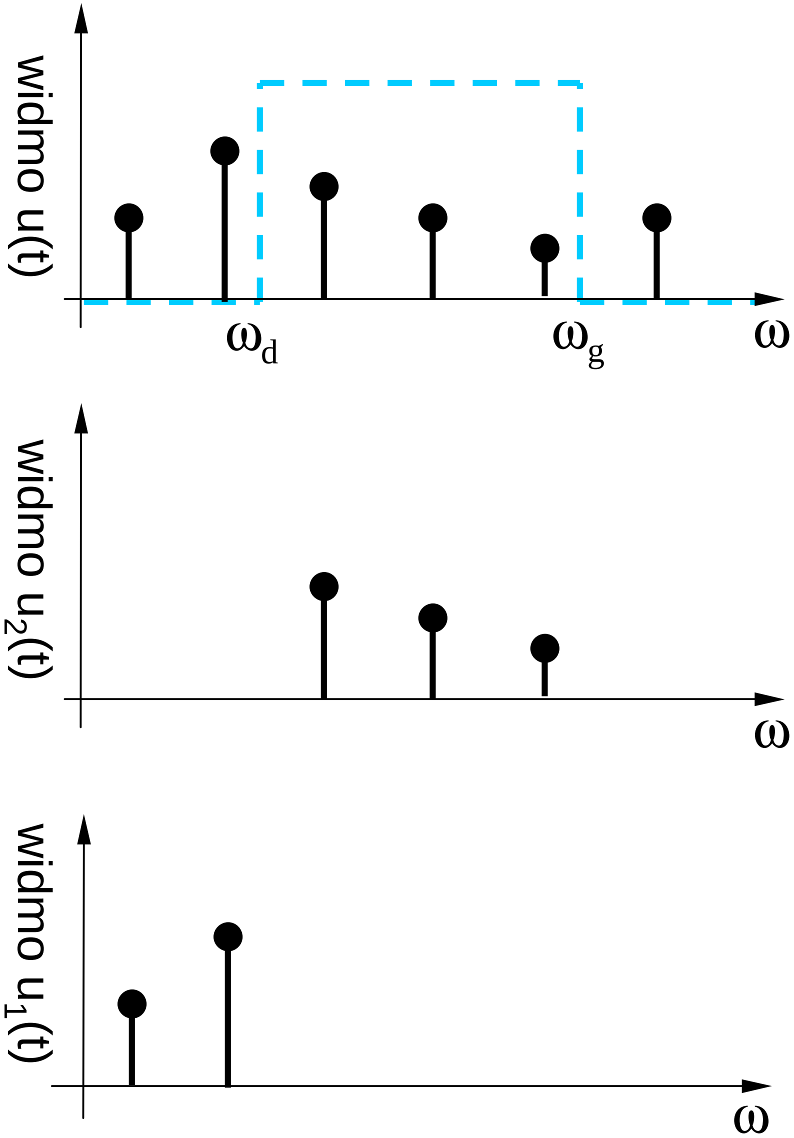
Zasada superpozycji

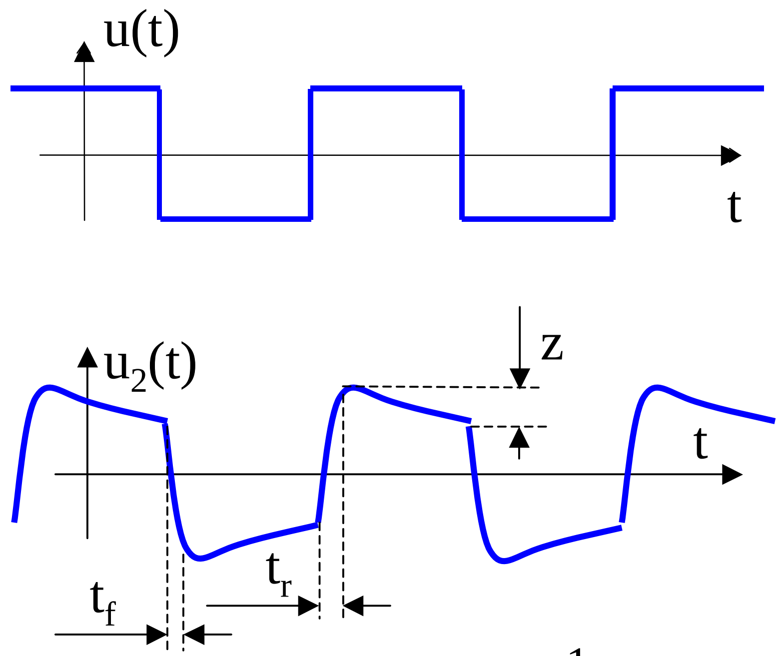
Układ spełnia zasadę superpozycji, kiedy odpowiedź tego układu na sumę sygnałów (dwóch lub więcej) jest równa sumie odpowiedzi układu na każdy sygnał z osobna.



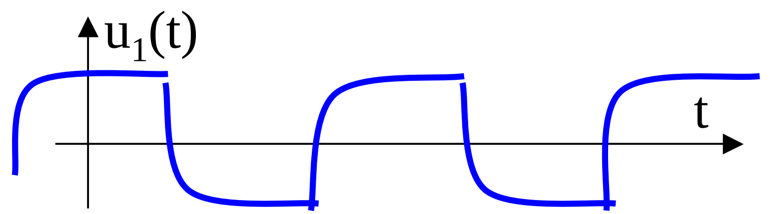
Przykład układu niespełniającego zasadę superpozycji. Układ opisany jest funkcją $V_{out} = \exp(V_{in})$. Odpowiedź na sumę sygnałów $\exp(V_{in1}+V_{in2}) \neq \exp(V_{in1}) + \exp(V_{in2})$. Wniosek -układ jest nieliniowy.

Zniekształcenia liniowe





$$t_f, t_r \sim \frac{1}{\omega_g}; \quad z \sim \omega_d$$

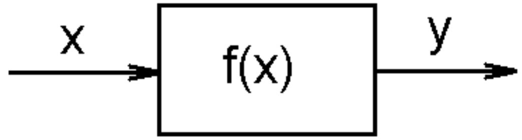


Zniekształcenia nieliniowe - harmoniczne

Załóżmy, że układ nieliniowy opisany jest funkcją f(x). Funkcję ciągłą i nieliniową y=f(x) można przybliżyć wielomianem n-tego stopnia:

$y \cong a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + ... + a_n x^n$

Przyjmijmy, że x jest sygnałem sinusoidalnym, tzn. $x = \sin(\omega t)$. Wtedy poszczególne składniki wielomianu wyniosą:



$x^2 = 0.5 - 0.5\cos(2\omega t)$

$x^3 = 0.75\sin(\omega t) - 0.25\sin(3\omega t)$

itd......

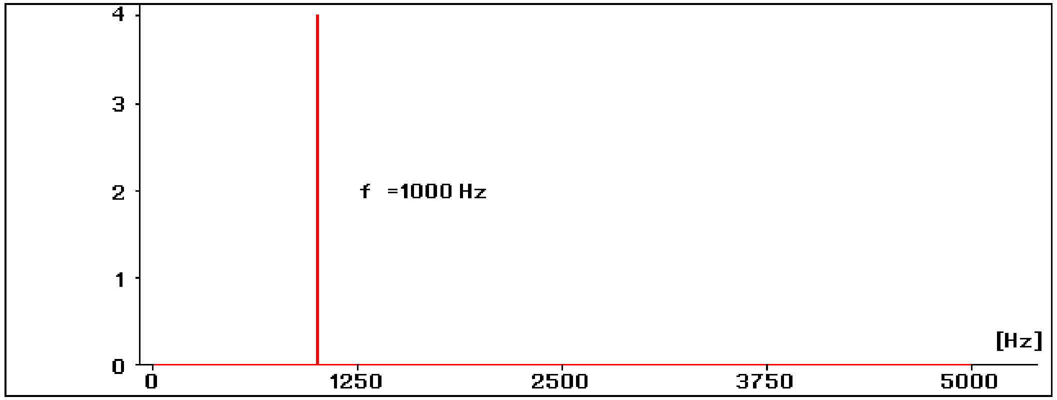
Ostatecznie, sygnał y będzie sumą sygnałów sinusoidalnych o różnych amplitudach i częstotliwościach:

$y = A_0 + A_1\sin(\omega t) + A_2\sin(2\omega t) + A_3\sin(3\omega t) + ... + A_n\sin(n\omega t)$

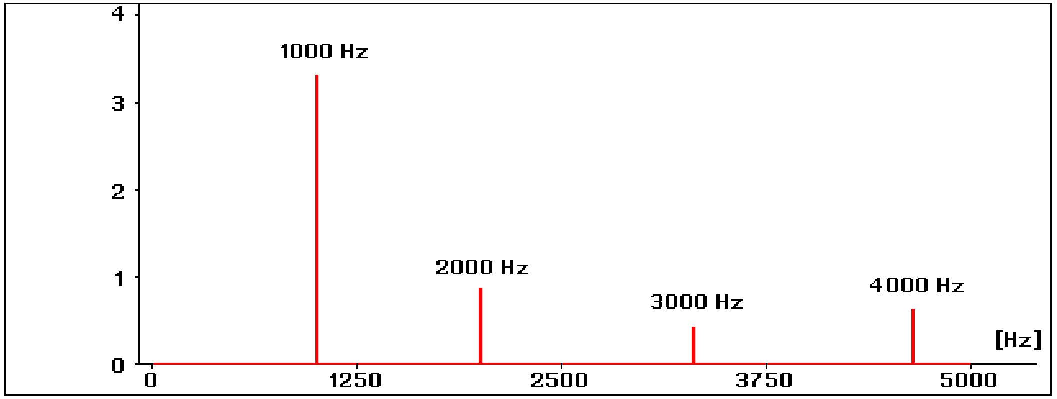
To są zniekształcenia harmoniczne

$$THD = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + ... + A_n^2}}{A_1}$$ ⟵ Miara zniekształceń

Zniekształcenia nieliniowe - harmoniczne



Widmo na wejściu układu.



Widmo na wyjściu układu.

Zniekształcenia nieliniowe - intermodulacyjne

Jak poprzednio, układ nieliniowy opisany jest funkcją nieliniową f(x) przybliżoną wielomianem n-tego stopnia:

$y \cong a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + ... + a_nx^n$

Przyjmijmy, że x jest sumą $x = \sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)$.

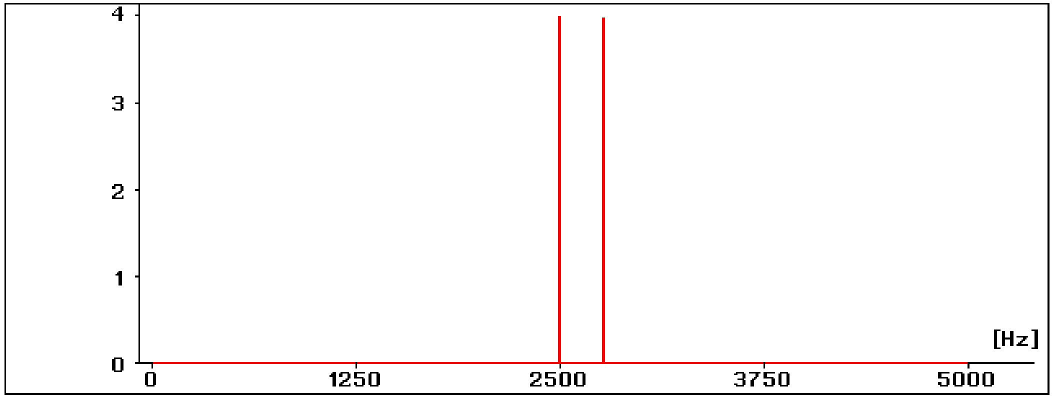
Po podstawieniu sygnału x do wielomanu, sygnał y staje się sumą przebiegów sinusoidalnych o różnych amplitudach i częstotliwościach. Przy czym częstotliwości te są wielokrotnościami różnicy $(\omega_1-\omega_2)$ i sumy $(\omega_1+\omega_2)$:

$y = A_0 + A_1\sin(\omega_1)t + A_2\sin(\omega_2)t + A_3\sin(2\omega_1 - \omega_2)t + A_4\sin(2\omega_2 - \omega_1)t +$
$+ A_5\sin(3\omega_1 - 2\omega_2)t + ...$

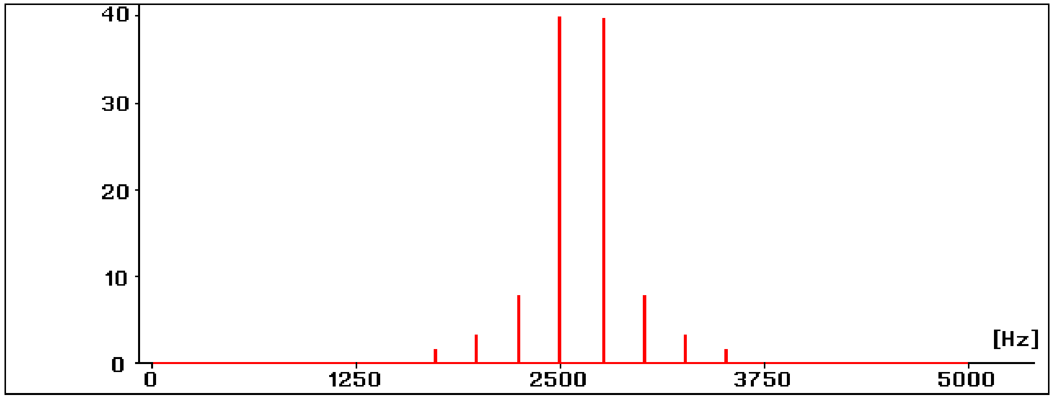
To są zniekształcenia intermodulacyjne

Miary:
IMD – intermodulation distortions,
TIMD – transient intermodulation distortions

Zniekształcenia nieliniowe - intermodulacyjne



Widmo na wejściu układu.

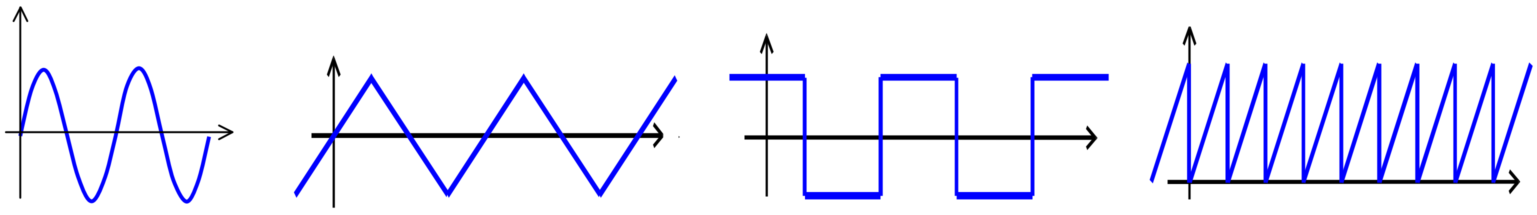


Widmo na wyjściu układu.

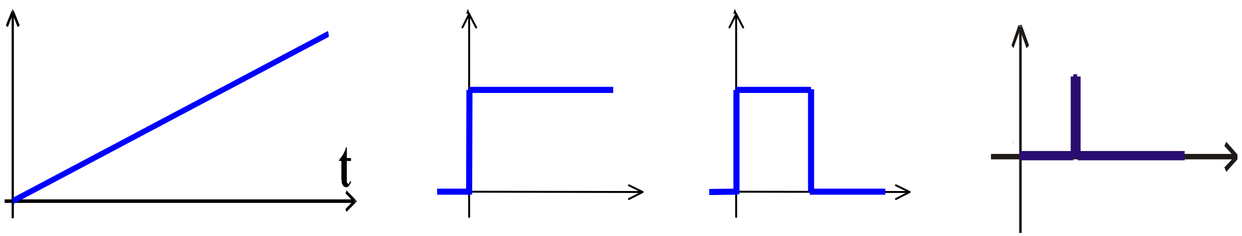
RODZAJE SYGNAŁÓW

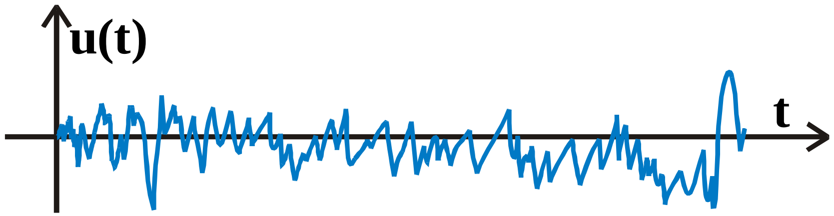
Sygnały analogowe	Sygnały cyfrowe
mogą przyjmować dowolne wartości napięcia lub prądu elektrycznego z określonego przedziału	mogą przyjmować tylko dyskretne wartości napięcia lub prądu pojawiające się w określonej sekwencji

Przykłady sygnałów analogowych

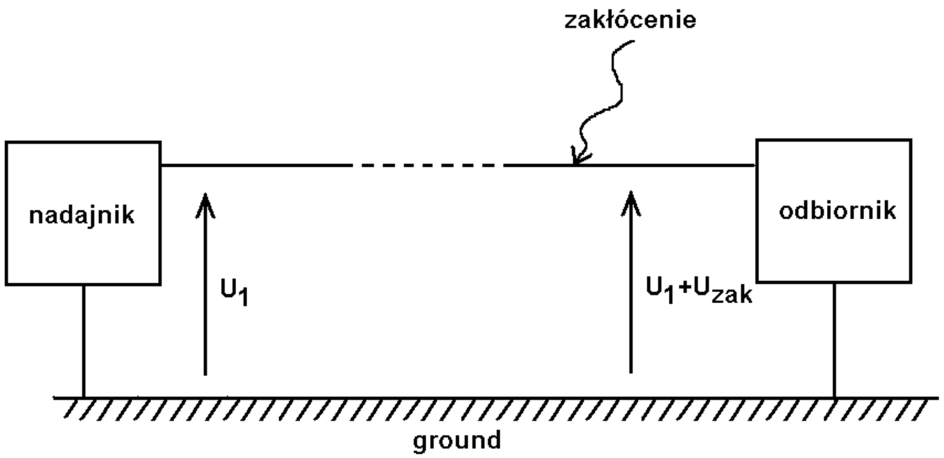


- okresowe
- nieokresowe
- zdeterminowane
- losowe (szumy)





Sygnał różnicowy

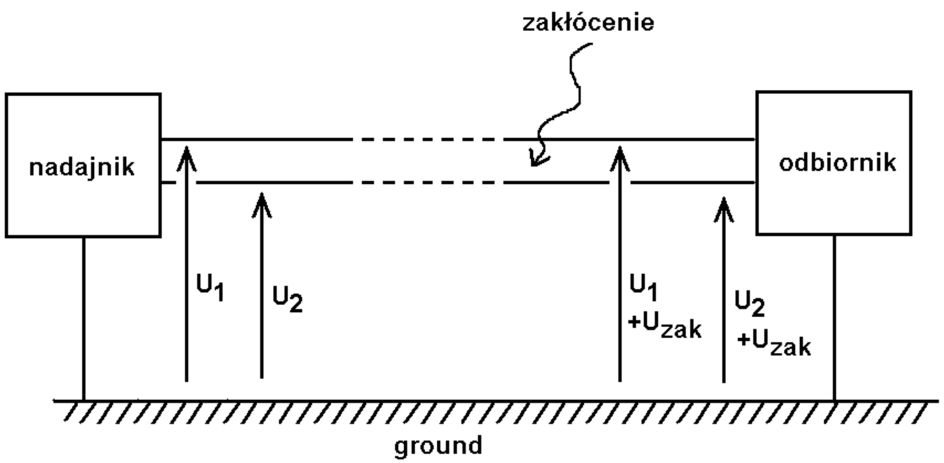


Sygnał po stronie nadawczej:

U_1

Sygnał po stronie odbiorczej:

U_1+U_{zak}



Sygnał różnicowy po stronie nadawczej:

U_1-U_2

Sygnał różnicowy po stronie odbiorczej:

$(U_1+U_{zak})-(U_1+U_{zak})=U_1-U_2$

MIARY SYGNAŁÓW

Można wymienić różne miary/cechy, na przykład: amplituda, wartość maksymalna (szczytowa), wartość między-szczytowa, częstotliwość, okres, pulsacja, moc, itd.

Miary sygnałów podaje się w jednostkach bezwzględnych lub względnych. Na przykład amplitudę sygnału podaje się w woltach lub decybelach.

Jednostki bezwzględne:

- volt [V]
- amper [A]
- hertz [Hz] lub [1/s]
- radian [rad]
- watt [W]

Jednostki względne:

- dBV
- dBμV
- dBμA
- dBm
- dB

Miary sygnałów

$$u[\mathrm{dB}] = 20 \cdot \lg \frac{u[\mathrm{V}]}{u_{\mathrm{ref}}[\mathrm{V}]}$$

$$u[\mathrm{dBV}] = 20 \cdot \lg \frac{u[\mathrm{V}]}{1\,\mathrm{V}}$$

$$u[\mathrm{dB}\mu\mathrm{V}] = 20 \cdot \lg \frac{u[\mathrm{V}]}{1\,\mu\mathrm{V}}$$

$$P[\mathrm{dBm}] = 20 \cdot \lg \frac{P[\mathrm{W}]}{1\,\mathrm{mW}}$$

$$i[\mathrm{dB}\mu\mathrm{A}] = 20 \cdot \lg \frac{i[\mathrm{A}]}{1\,\mu\mathrm{A}}$$